

Agata Gemzik-Salwach
Katedra Finansów i Bankowości
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie

Zastosowanie metody *Value at Risk* w kalkulacji wyniku odsetkowego banku

Wprowadzenie

*Value at Risk*¹ jest miarą ryzyka, która została stworzona pod koniec lat 80. XX w. jako odpowiedź na zaistniały wtedy jego gwałtowny wzrost i potrzebę skonstruowania miernika łączącego w sobie różne typy niebezpieczeństw, który mógłby służyć zarządzaniu nim na poziomie portfela globalnego. Popularność *VaR* rosła lawinowo od października 1994 r., kiedy to amerykański bank J.P. Morgan udostępnił nieodpłatnie w Internecie dokładną metodologię jej wyznaczania oraz bazę danych, zawierającą notowania zmienności i współczynników korelacji dla najważniejszych parametrów rynku światowego, potrzebną do jej zastosowania.² Od tego momentu na rynku pojawiło się sporo systemów komputerowych, ułatwiających jej implementację, oraz publikacji poświęconych tej problematyce. Na nową tendencję w zarządzaniu ryzykiem zareagowały również organy nadzoru bankowego, uchwalając poprawki do swoich dokumentów, pozwalające bankom na wykorzystanie wewnętrznych modeli *VaR* przy ustalaniu wysokości wymogów kapitałowych z tytułu ponoszonego ryzyka.

Koncepcja *Value at Risk*

Wartość ryzykowana definiowana jest jako maksymalna strata wartości rynkowej, na którą narażona jest dana instytucja w pewnym okresie czasu i z określonym prawdopodobieństwem.³ Najczęściej spotykana, ogólna postać formuły wartości ryzykowanej przyjmuje zapis⁴:

$$VaR = Eksp. \cdot k \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$$

gdzie: *VaR* – wartość ryzykowana w rozpatrywanym okresie; *Eksp.* – wielkość ekspozycji banku na ryzyko; *k* – wielokrotność odchylenia standardowego wokół średniej arytmetycznej, charakterystyczna dla danego poziomu ufności; σ – odchylenie standardowe wokół średniej arytmetycznej zmiennej losowej o rozkładzie normalnym; *t* – ilość dni w okresie.

Procedura wykorzystania *Value at Risk* polega więc na określeniu rozmiaru ekspozycji na ryzyko procentowe oraz wymodelowaniu potencjalnej zmiany tej ekspozycji poprzez dobranie poziomu ufności oraz horyzontu czasowego, a następnie obie wielkości mnoży się przez siebie, otrzymując wartość ryzykowaną. W sposób bardziej formalny wartość *VaR* wynika z następującego zapisu⁵:

$$P(W \leq W_0 - VaR) = \alpha,$$

gdzie: *P* – prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia; W_0 – wartość zmiennej na początku okresu, *W* – wartość zmiennej na koniec okresu; α – współczynnik tolerancji ($1 - \alpha$ jest poziomem ufności).

¹ Nazwa metody *Value at Risk* (*VaR*) bywa też czasami tłumaczona na język polski jako wartość zagrożona, wartość ryzykowana lub wartość narażona na ryzyko. Wśród praktyków najbardziej jednak rozpowszechniona jest jej oryginalna nazwa.

² T. Bałamut, *Metody estymacji Value at Risk*, „Materiały i Studia NBP” 2002, z. 147, s. 8.

³ RiskMetrics Group, *Risk Management: A Practical Guide*, J.P. Morgan Bank 1999, s. 3.

⁴ Równanie to jest najczęściej przytaczanym wzorem, obrazującym strukturę *VaR*, jednak zapis wartości ryzykowanej nie musi koniecznie przyjąć tej postaci.

⁵ K. Dowd, *Beyond Value at Risk. The New Science of Risk Management*, John Wiley & Sons, Chichester 2001, s. 42.

Powyższe równanie oznacza, że z prawdopodobieństwem równym przyjętemu poziomowi tolerancji zajdzie zdarzenie polegające na tym, że wartość na końcu okresu będzie mniejsza lub równa wartości obecnej, pomniejszonej o VaR . Jeżeli przyjąć czas równy jednemu dniu i współczynnik tolerancji równy 1%, to wysokość wartości ryzykowanej stanowi odpowiedź na pytanie o to, ile maksymalnie można stracić w ciągu najbliższych 24 godz., a prawdopodobieństwo uzyskania właściwej odpowiedzi wynosi w tym przypadku 99%. Inaczej mówiąc, straty większe od wartości VaR powinny występować nie częściej, niż w 1% przypadków w ciągu jednego dnia.

Poziom ufności określa pewność, z jaką dokonywana jest estymacja statystyczna. Prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia określane jest zwykle za pomocą odchylenia standardowego. Dwustronnemu rozkładowi normalnemu (założenie symetrycznego rozrzutu po obu stronach średniej arytmetycznej) właściwa jest zasada charakteryzująca stopień skupiania się zmiennej losowej wokół średniej, nosząca nazwę reguły trzech sigm. Mówi nam ona, że około 68,3% takich odchyłeń mieści się w granicach jednego odchylenia standardowego wokół średniej arytmetycznej, około 95,5% – w granicach dwóch odchyłeń standardowych, a 99,7% – w granicach trzech odchyłeń standardowych itd. Widzimy więc, że dla każdego z poziomów ufności charakterystyczna jest ściśle określona wielokrotność odchylenia standardowego, oznaczona jako mnożnik k .

Wielkość przyjętego poziomu ufności uzależniona jest od celów obliczeń. W przypadku, gdy wartość ryzykowana stanowi podstawę określania adekwatności kapitałowej, wybór poziomu ufności powinien być wyjątkowo staranny. Jeśli bank przyjmie wysoki poziom ufności, zwiększa tym samym wielkość *Value at Risk*, co może świadczyć o jego dużej awersji do ryzyka. Jeżeli natomiast wartość VaR ma służyć porównywaniu rozmiarów ryzyka różnych instrumentów lub instytucji, to wybór ten nie jest szczególnie istotny.

W praktyce najczęściej przyjmuje się poziom ufności w granicach 90-99%, np. poziom 90% jest uznawany powszechnie za progowy w analizach zjawisk stochastycznych, Citibank szacuje VaR dla prawdopodobieństwa 94,5%, J.P. Morgan Bank of America – 95%, Chemical and Chase – 97,5%. Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego w swojej poprawce do standardów wymogów kapitałowych banków z tytułu ponoszonego ryzyka rynkowego rekomenduje 99-procentowy poziom ufności⁶.

Ryzyko dotyczy zdarzeń przyszłych, których wystąpienie jest jedynie prawdopodobne, dlatego jednym z ważnych problemów w ocenie ryzyka jest wybór odpowiedniego przedziału czasowego, czyli okresu, w którym może mieć miejsce potencjalna strata. Powinien on korespondować z przedziałem czasu, w którym skład portfela pozostaje niezmienny. Innymi sposobami doboru horyzontu czasowego jest uzależnienie go od stopnia płynności aktywów w portfelu bądź okresu, który jest niezbędny do likwidacji portfela lub jego zabezpieczenia. Wydłużanie horyzontu czasowego prowadzi do zwiększenia wartości VaR .

Problem doboru odpowiedniego horyzontu czasowego jest najczęściej dyskutowany właśnie w odniesieniu do banków. Przyjęcie popularnego założenia, że wszystkie aktywa będące w posiadaniu banku można zbyć w ciągu 24 godz. nie jest realne, nie uwzględnia bowiem trudności związanych ze sprzedażą pozycji nie płynnych lub tych o dużych wielkościach. Poza tym typowe okresy likwidacji, które można zaobserwować w zwykłych sytuacjach rynkowych, mogą się szybko wydłużać w czasie kryzysu.⁷ Zastosowanie dłuższego okresu utrzymywania w znacznie większym stopniu uwzględnia trudności z ewentualną likwidacją portfela. Ponadto dłuższy okres czasu będzie w większym stopniu uwzględniał instrumenty o nieliniowej charakterystyce cen, takie jak opcje.

Za przyjęciem jednodniowego przedziału czasowego przemawia fakt, iż banki codziennie modyfikują swój portfel inwestycyjny, a generowane pozycje spekulacyjne mają istotne znaczenie dla ich działalności. Przy normalnych warunkach rynkowych banki mogą codziennie podejmować decyzje korygujące ryzyko. Większość płynnych aktywów, będących w posiadaniu banków, można zbyć w ciągu jednego dnia. Poza tym zyski i straty banków ustalane są w ujęciu dziennym, dlatego dzienną

⁶ Zob. *Amendment of the Capital Accord to Incorporate Market Risk*, Bank for International Settlements, Report No. 24, Basle 1996.

⁷ C. Matten, *Zarządzanie kapitałem bankowym; alokacja kapitału i pomiar wyników*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000, s. 90-94.

VaR można porównywać z dziennym rachunkiem zysków i strat. Bank, który chce, aby jego model reagował na krótkoterminowe tendencje rynkowe i zmienności, powinien więc stosować relatywnie krótki przedział czasowy.

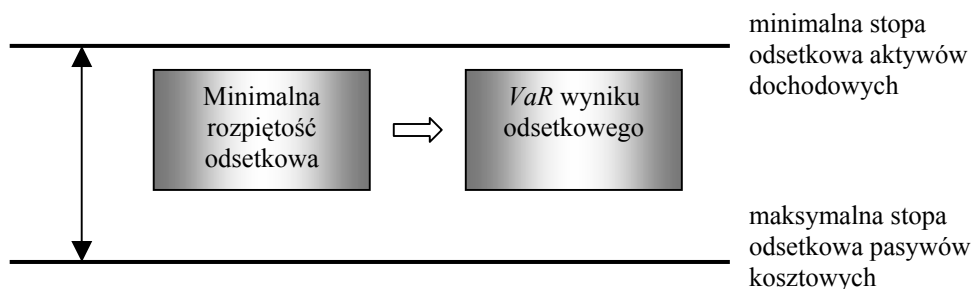
Komitet Bazylejski w swoich rekomendacjach stosuje 10-dniowy przedział czasowy jako wynik kompromisu między koniecznością dokonywania pomiarów, a możliwością identyfikacji nadchodzących zagrożeń. Fundusze emerytalne ze względu na wydłużony okres inwestycyjny do obliczania wielkości *VaR* wykorzystują miesięczny bądź kwartalny przedział czasowy. Większość banków komercyjnych dokonuje obliczeń przy przedziale czasowym wynoszącym jeden dzień, choć np. Bankers Trust zdecydował się na wybór okresu roku.

Value at Risk a wynik odsetkowy banku

Wynik odsetkowy banku z reguły nie jest w żaden sposób łączony z wartością ryzykowaną. Tutaj jednak zostanie zaproponowane nieco odmienne podejście do tego zagadnienia. Tradycyjnie rozumiany wynik odsetkowy zostanie teraz dodatkowo skorygowany o rozmiar ryzyka wiążącego się z zawieraniem transakcjami. W efekcie powstanie miara, która pozwoli ocenić efektywność działalności odsetkowej banku, ale przy uwzględnieniu ryzyka. Do pomiaru omawianego poziomu ryzyka zostanie wykorzystana, stanowiąca przedmiot niniejszych rozważań, metoda *Value at Risk*.

Ryzyko związane ze zmianami marży odsetkowej przejawia się poprzez rozmiękanie się oczekiwanych i rzeczywistych wyników z tytułu prowadzenia działalności odsetkowej i ich oscylacji wokół wartości oczekiwanej. Jak to wynika z wcześniejszych rozważań, zmiany te podlegają pewnym regułom i powszechnie przyjmuje się, że ich rozkład zbliżony jest do rozkładu normalnego, a zatem przy założonym poziomie prawdopodobieństwa można za pomocą metody *Value at Risk* ustalić zakres wahań wyniku odsetkowego. Można pokusić się więc o określenie maksymalnej, akceptowalnej stopy odsetkowej z pasywów kosztowych i minimalnej akceptowalnej stopy odsetkowej z aktywów dochodowych. Ich rozmiary będą decydować o wielkości owej wartości ryzykowanej.

Rys. 1. Wartość ryzykowana dla wyniku odsetkowego a stopy odsetkowe aktywów dochodowych i pasywów kosztowych



Źródło: Opracowanie własne.

Wartość zagrożona zostanie określona na podstawie obserwacji w czasie wielkości dochodu z różnicy oprocentowania. Stanowić ją będzie, w tym przypadku, wielokrotność odchyżeń standardowych rozkładu wyniku z tytułu odsetek banku:

$$VaR_w = k \cdot \sigma_w$$

gdzie: VaR_w – wartość ryzykowana dla wyniku odsetkowego w rozpatrywanym okresie; σ_w – odchylenie standardowe wyniku banku z tytułu odsetek.

Otrzymana liczba odpowiadać będzie na pytanie o maksymalną oczekiwaną stratę na wyniku odsetkowym w rozpatrywanym okresie. Jeżeli dodatkowo od dochodu, wynikającego z różnicy oprocentowania, odejmiemy obliczoną w ten sposób wartość, powstanie miara, którą można określić jako skorygowany o ryzyko wynik z odsetek:

$$\text{skorygowany o ryzyko wynik z odsetek} = \text{wynik z tytułu odsetek} - VaR_w$$

Jego rozmiar oznacza minimalny wynik odsetkowy, którego z przyjętym w obliczeniach prawdopodobieństwem można oczekiwać. Wskaźnik ten mógłby stać się podstawową miarą efektywności usług odsetkowych banku, uwzględniającą ponoszone przy tym ryzyko. Jest on użyteczny m.in. do stwierdzenia, na ile skutecznie w warunkach ryzyka bank może liczyć na pokrycie swoich pozostałych kosztów. Można z niego też wyprowadzić wszystkie inne, możliwe rodzaje skorygowanych o ryzyko marż odsetkowych banku, stanowiące mierniki efektywności.

Warto zwrócić uwagę na to, iż ryzyko w tym ujęciu traktowane jest jako koszt wiążący się z uzyskaniem odpowiedniego poziomu dochodu. Stopień prawdopodobieństwa, z jakim ów minimalny poziom odsetkowy zostanie zapewniony, odpowiada poziomowi ufności, określonemu w kalkulacji *VaR*.

Przykład empiryczny

Celem niniejszych badań była analiza skorygowanych o ryzyko wyników odsetkowych banków. Za główne zadanie przyjęto w tym artykule zaprezentowanie możliwości interpretacyjnych i nośności informacyjnej, jakie niesie ze sobą posłużenie się nowo powstałymi wskaźnikami.

W pracach badawczych wykorzystano dane pochodzące z banków notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, w latach 1998-2005. Była to grupa 11 podmiotów: Bank Handlowy w Warszawie SA, Bank Millennium SA, Bank Ochrony Środowiska SA, Bank Polska Kasa Opieki SA, Bank Przemysłowo-Handlowy SA⁸, Bank Zachodni WBK SA, BRE Bank SA, DZ Bank Polska SA, FORTIS Bank Polska SA, ING Bank Śląski SA oraz Kredyt Bank SA. Przy ocenie efektywności ich usług odsetkowych sięgnięto do kwartalnych wyników finansowych. Analizowane szeregi czasowe składały się z 30 obserwacji, pochodzących z jednostkowych sprawozdań finansowych, publikowanych przez internetowy serwis Notoria. Jedynie w przypadku Banku Zachodniego WBK badany szereg historyczny był krótszy – złożony z 22 danych, gdyż bank ten notowany był na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie dopiero od pierwszego kwartału 2000 r.

W pierwszym kroku dokonano oszacowania zmienności oraz wartości ryzykowanej wyników odsetkowych banków, których znajomość była niezbędna na wszystkich kolejnych etapach pracy. Analiza tych wielkości poprzedziła zatem właściwe badania i posłużyła jako grunt przygotowawczy do nich. Tym samym, zaprezentowana została tu jedna z możliwości wykorzystania metody wartości ryzykowanej, a mianowicie sposób, w jaki może ona zostać wprowadzona do oceny wysokości wyników odsetkowych banków. Następnie przystąpiono do oceny efektywności z uwzględnieniem ryzyka działalności odsetkowej banków, korzystając przy tym z nowych, zaproponowanych wskaźników i zestawiając ich rozmiary z tradycyjnie stosowanymi miernikami.

W kalkulacji *Value at Risk* posłużono się 95-procentowym poziomem ufności, a jako parametr zmienności wykorzystano proste odchylenie standardowe. Wyliczenia prowadzone były z wykorzystaniem wszystkich dostępnych danych oraz z zastosowaniem podejścia zmiennego punktu startu. W tym drugim przypadku wyznaczano wartość ryzykowaną zawsze na podstawie ośmiu kolejnych wartości wyniku odsetkowego, w rezultacie czego pierwszy okres obserwacji odnosił się do czasu od I kwartału 1998 r. do IV kwartału 1999 r., drugi – od II kwartału 1998 r. do I kwartału 2000 r. itd., a ostatni – od III kwartału 2003 r. do II kwartału 2005 r. Tym samym, okres I kwartał 1998 r. – IV kwartał 1999 r. posłużył jedynie do określenia pierwszych rozmiarów wartości ryzykowanych i skorygowanych o ryzyko marż odsetkowych banków, a spektrum analizy przeniosło się na czas: IV kwartał 1999 r. – IV kwartał 2005 r.

Już wstępne rezultaty obliczeń pozwalają na wyciągnięcie pierwszych wniosków co do efektywności usług odsetkowych, mierzonych uzyskanym wynikiem z tytułu prowadzonej działalności. W badanym czasie średni wynik odsetkowy w sektorze bankowym⁹ odnotowano na poziomie 180 541 tys. zł, przy średniej wartości ryzykowanej równej 47 035 tys. zł. W rezultacie można z 95-procentowym prawdopodobieństwem przyjąć, iż średni poziom marży odsetkowej banków będzie w kolejnym okresie nie niższy niż 133 324 tys. zł. Podstawowe wielkości charakteryzujące sektor bankowy przedstawione zostały w tab. 1.

⁸ Jest to aktualna nazwa banku, w latach 1998-2003 bank obowiązywała nazwa Bank Przemysłowo-Handlowy BPH SA.

⁹ Określenie sektora bankowego jest tutaj stosowane umownie, bowiem nie dotyczy wszystkich banków, a odnosi się jedynie do podmiotów, które były w tym czasie notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

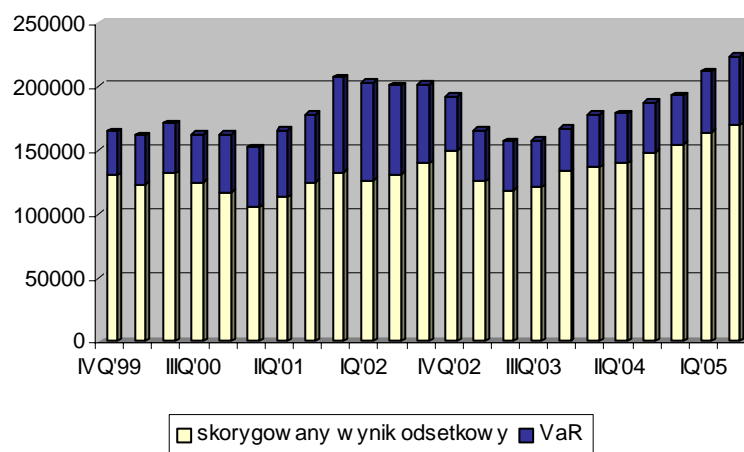
Tab. 1. Wyniki odsetkowe banków w latach 1999-2005.

	Wynik odsetkowy	Wartość ryzykowana	Skorygowany wynik odsetkowy
IVQ'99	187 913	34 143	130 576
IQ'00	185 225	37 315	123 572
IIQ'00	195 367	38 622	132 159
IIIQ'00	184 543	38 283	124 718
IVQ'00	171 105	44 994	117 410
IQ'01	159 377	46 486	105 670
IIQ'01	168 600	53 258	112 901
IIIQ'01	176 864	53 247	125 285
IVQ'01	189 016	74 976	132 673
IQ'02	183 097	76 697	126 729
IIQ'02	186 381	69 491	131 462
IIIQ'02	191 562	62 510	139 569
IVQ'02	193 917	42 253	150 062
IQ'03	168 346	40 024	125 888
IIQ'03	160 801	38 334	118 947
IIIQ'03	161 454	36 876	121 287
IVQ'03	167 538	34 249	133 350
IQ'04	174 144	41 454	137 015
IIQ'04	176 290	38 954	140 200
IIIQ'04	182 681	39 481	148 391
IVQ'04	184 481	38 276	154 876
IQ'05	197 480	47 899	164 073
IIQ'05	206 253	53 984	169 634

Źródło: Obliczenia własne.

Rys. 2 przedstawia kształtowanie się tych wielkości w czasie. Wysokość słupków odpowiada swoją wielkością wynikom odsetkowym dla sektora w badanych kwartałach. Każdy wynik odsetkowy składa się tutaj z części ryzykowanej – oznaczonej kolorem granatowym, oraz zaznaczonego na żółto, skorygowanego o ryzyko wyniku odsetkowego, stanowiącego miarę „pewnej” marży wypracowywanej przez banki na działalności odsetkowej.

Rys. 2. Dekompozycja wyniku z odsetek sektora bankowego w latach 1999-2005.



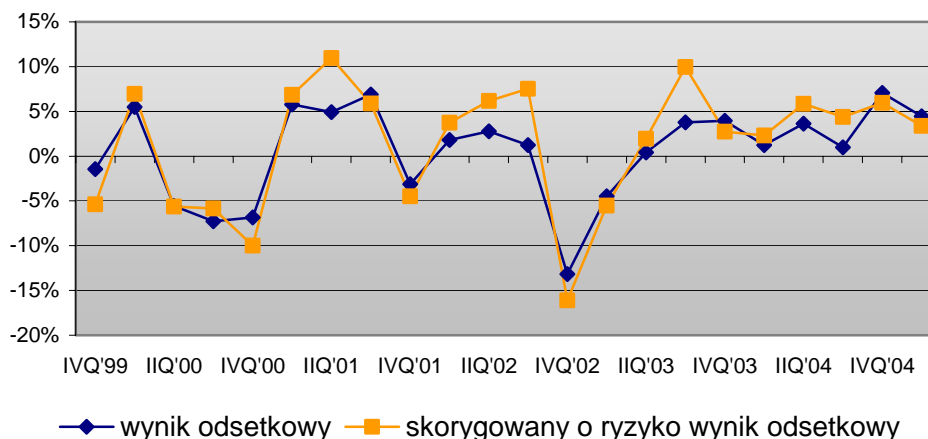
Źródło: Opracowanie własne.

Wprowadzenie do analizy wskaźnika, jakim jest skorygowany o ryzyko wynik z odsetek, ujawniło stosunkowo wysoki poziom ryzyka towarzyszący działalności odsetkowej. Średnia *Value at Risk* stanowi 26% wysokości marży odsetkowej, co świadczy o tym, że ponad 1/4 wypracowanego wyniku w tej podstawowej sferze usług bankowych jest zagrożona stratą. Relacje te utrzymują się w czasie na względnie stałym poziomie. Jedynie okres od II kwartału 2001 r. do III kwartału 2002 r. to czas, gdy ten procent

jeszcze się zwiększa i wartość narażona na ryzyko sięga ponad 30% wartości wyniku odsetkowego (maksimum przypada na I kwartał 2002 r., kiedy to na *VaR* przypada 42% jego wartości).

Jednocześnie zwiększonemu poziomowi ponoszonego ryzyka odpowiadał osiągnięty wtedy wyższy poziom marży, co świadczy o przyjęciu przez banki w tym czasie agresywnego modelu zarządzania ryzykiem. Co więcej, z porównań wypracowywanego przez sektor bankowy wyniku z tytułu prowadzenia działalności odsetkowej i wielkości towarzyszącemu mu ryzyka wynika, iż generalnie utrzymanie wyższej od przeciętnej ekspozycji na ryzyko okazywało się zwykle dla banków korzystne i skutkowało wyższymi zyskami¹⁰. Można więc na tej podstawie twierdzić, iż banki dobrze przewidywały w tym czasie kierunki zmian na rynku.

Rys. 3. Zmiany tradycyjnego oraz skorygowanego o ryzyko wyniku z odsetek w sektorze bankowym (w %).



Źródło: Opracowanie własne.

Optymistyczny jest również fakt, że zmniejszeniu ulegają dysproporcje pomiędzy rzeczywistym a skorygowanym o ryzyko wynikiem z odsetek. W tym czasie tempo wzrostu średniego skorygowanego o ryzyko wyniku z odsetek było niemal 3-krotnie wyższe od tempa wzrostu jego tradycyjnego odpowiednika. Jest to pozytywny kierunek zmian, gdyż mimo wspomnianego dużego ryzyka, którym okupione jest prowadzenie działalności odsetkowej, mamy do czynienia z stałą poprawą jej efektywności.

Podsumowanie

Value at Risk jest metodą uniwersalną, która może być w różny sposób wykorzystywana w poszczególnych sferach działalności bankowej. Zasadniczo stanowi miarę ryzyka, a więc daje obraz wielkości niebezpieczeństwa, który może następnie stanowić podstawę podejmowanych decyzji. Mimo iż zwykle występuje samodzielnie, może też stanowić bazę dla powstawania rozmaitych wskaźników, służących podejmowaniu decyzji wszędzie tam, gdzie pojawia się aspekt ponoszonego ryzyka.

Omawiany, skorygowany o ryzyko wynik odsetkowy jest miarą, która sięga nieco głębiej niż jej tradycyjny odpowiednik, odnosząc się nie tylko do samej wartości otrzymanego wyniku z tytułu

¹⁰ Analizując wysokości marż odsetkowych, wypracowanych przez banki, należy pamiętać o zmianach w ich otoczeniu regulacyjnych, które zaszły w I kwartale 2005 r. Wprowadzono wtedy do praktyki wyceną należności z uwzględnieniem efektywnej stopy procentowej oraz zastosowano MSSF/MSR do sprawozdań jednostkowych w kilkunastu bankach i w rezultacie część rachunku zysków oraz strat stała się nieporównywalna w czasie. Dotyczy to w szczególności odsetek i prowizji, gdyż niektóre prowizje związane z działalnością odsetkową są obecnie rejestrowane jako dochód odsetkowy i rozliczane zgodnie z harmonogramem spłaty należności kredytowej. Do wyniku z odsetek zalicza się również część odsetek zastrzeżonych, przypadających na należności, które – zgodnie z projekcją banku – zostaną spłacone oraz odsetki od instrumentów pochodnych, ujemowane dotychczas w wyniku z operacji finansowych. Zob. *Sytuacja finansowa banków w I kwartał 2005 r. Synteza*, NBP, Warszawa 2005, s. 8, 12.

prowadzonej przez bank działalności odsetkowej, ale uwzględniając także przy tym koszt jego uzyskania, mierzony za pomocą ryzyka towarzyszącego takiej działalności. W ten sposób tworzy się nowa płaszczyzna, na której można dokonywać oceny banków i ich porównań.

Uzyskane tą drogą liczby często ujawniają, iż w polskim sektorze bankowym wciąż przykłada się zbyt dużą wagę do maksymalizacji wyniku odsetkowego, natomiast nie docenia się roli minimalizowania ryzyka towarzyszącego podejmowanym w tym celu krokom

Literatura

Bałamut T., *Metody estymacji Value at Risk*, „Materiały i Studia NBP” 2002, z. 147.

Bank for International Settlements, *Amendment of the capital accord to incorporate market risk*, Report No. 24, Basle 1996.

Beder T., *VaR: seductive but dangerous*, „Financial Analysts Journal” 1995, nr 11-12, s. 12-24.

Butler C., *Mastering Value at Risk*, FT/PH 1999.

Dowd K., *Beyond Value at Risk. The new science of risk management*, John Wiley & Sons, Chichester 2001.

Jorion P., *Value at Risk: The new benchmark for controlling financial risk*, IRWIN, Chicago 1995.

D. Hendrics, *Evaluation of Value-at-Risk models using historical data*, „Economic Policy Review” 1996, nr 2(4), s. 39-70.

Kuruc A., *Financial geometry*, FT/PH, 2004.

Matten C., *Zarządzanie kapitałem bankowym; alokacja kapitału i pomiar wyników*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000.

Pearson N., *Risk budgeting portfolios problems solving with VAR*, Wiley 2002.

Penza P., *Measuring market risk with Value at Risk*, Wiley 2000.

RiskMetrics Group, *Risk management: a practical guide*, J.P. Morgan Bank 1999.

Tsay R., *Analysis of financial time series*, Wiley 2002.